



Université de Bordj Bou Arreridj  
Département d'électromécanique  
Faculté des sciences et de la technologie



# Matière : Théorie du champ Electromagnétique

Option : Electrotechnique 3ème Année

Pr. HAMIMID Mourad

## CHAPITRE III

### Magnétostatique

#### Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
1.1	La boussole et les pôles (magnétiques) d'un aimant . . . . .	3
1.2	Action magnétique entre deux aimants . . . . .	3
1.3	Visualisation du champ magnétique avec de la limaille de fer et des petites boussoles. . . . .	3
1.4	Le courant électrique . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Direction du champ magnétique</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>LOI DE BIOT ET SAVART</b>	<b>5</b>
3.1	Généralisation de la loi de Biot et Savart . . . . .	5
3.2	Champ magnétique créé par un courant circulant dans un fil rectiligne . . . . .	5
3.3	Champ élémentaire créé par un élément de courant $Idl$ situé au point $P$ . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Énoncé du théorème d'Ampère</b>	<b>6</b>
4.1	Fil infini et circulation du champ magnétique . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Enoncé du théorème d'Ampère :</b>	<b>7</b>
5.1	Exemples d'applications du théorème d'Ampère . . . . .	7
5.1.1	Le fil infini . . . . .	7

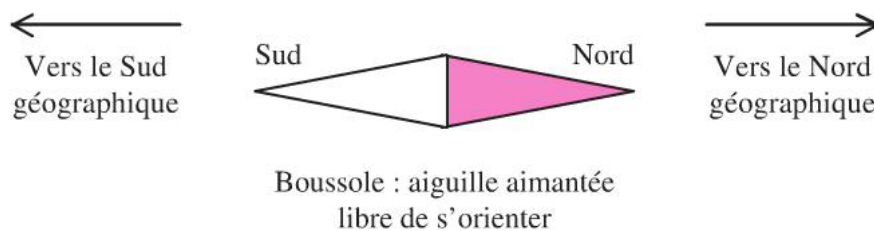
<b>6</b>	<b>Flux du champ magnétique</b>	<b>8</b>
<b>7</b>	<b>Les forces magnétiques</b>	<b>8</b>
7.1	La force de Laplace . . . . .	8
7.2	La force de Lorentz . . . . .	9

# 1 Introduction

Comme pour l'électrostatique, les premières observations concernant les phénomènes de magnétisme remontent à l'antiquité. Des corps naturels tel que la magnétite (ou oxyde de fer  $Fe_3O_4$ ) ont la propriété d'attirer des morceaux de fer. Ce sont les aimants naturels.

## 1.1 La boussole et les pôles (magnétiques) d'un aimant

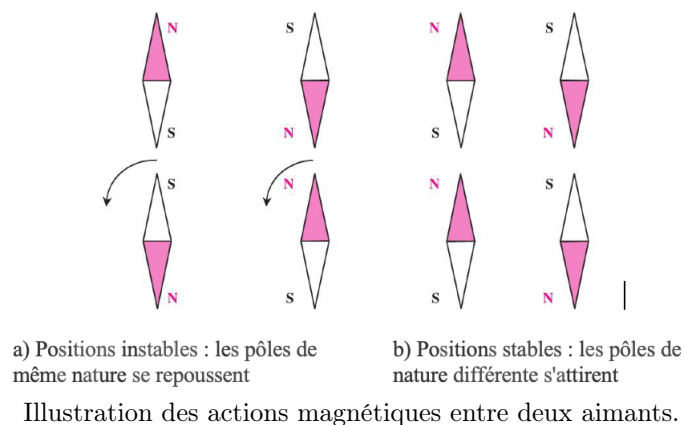
Les Chinois ont été les premiers à constater qu'une fine aiguille aimantée suspendue par un fil, loin de tout aimant, prenait toujours une direction fixe correspondant à la direction Sud-Nord des pôles géographiques. Cette aiguille aimantée libre de s'orienter constitue la boussole.



## 1.2 Action magnétique entre deux aimants

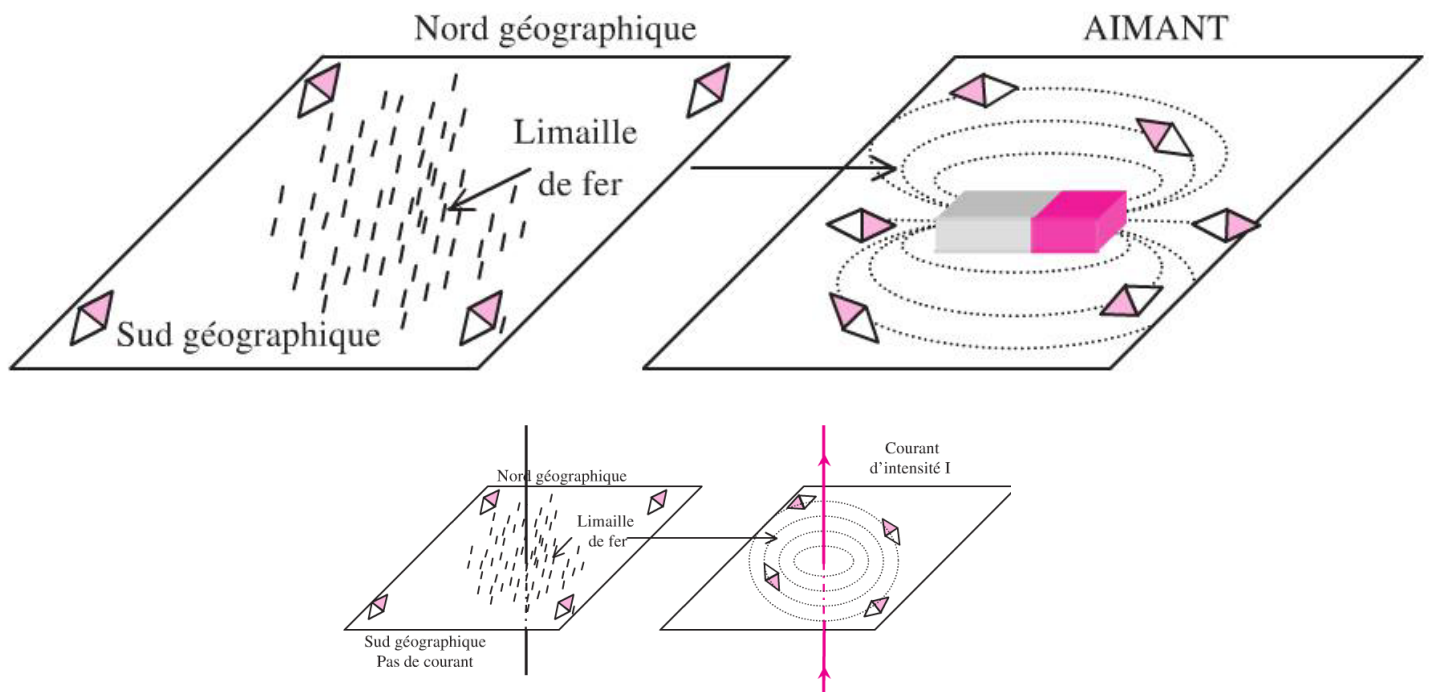
Si on approche deux aiguilles aimantées libres de s'orienter on constate que :

- Deux pôles de même nature se repoussent
- Deux pôles de nature différente s'attirent



## 1.3 Visualisation du champ magnétique avec de la limaille de fer et des petites boussoles.

Les morceaux de fer ou limailles de fer sont attirés indifféremment par les pôles nord ou sud d'un aimant. Les petits grains de fer s'orientent donc dans le champ magnétique mais, contrairement à l'aiguille aimantée de la boussole, sans préciser le sens de l'action.

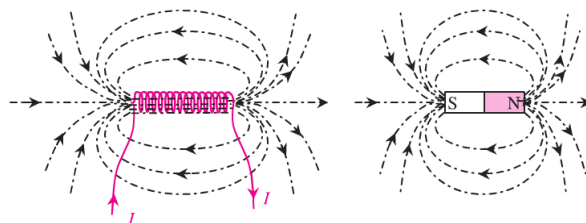


## 1.4 Le courant électrique

source de champ magnétique En 1819, au cours d'une expérience sur le courant électrique, le physicien Oersted constate par hasard la déviation d'une boussole placée près d'un fil parcouru par un courant électrique. Cette découverte importante sera à l'origine de nombreux travaux sur le magnétisme.



Des charges électriques en mouvement (ou courant électrique) sont sources d'un champ magnétique.



*Les lignes de champ magnétique créées par une bobine parcourue par un courant  $I$  sont semblables à celles qui apparaissent autour d'un aimant en forme de barre. Les faces de la bobine se comportent comme les pôles de l'aimant.*

## 2 Direction du champ magnétique

Cette règle est utilisée pour déterminer la direction du champ magnétique étant donné la direction du courant conventionnel. le pouce : indiquera la direction du courant conventionnel les doigts enroulés : la direction du champ magnétique



### 3 LOI DE BIOT ET SAVART

Soit  $C$  la courbe géométrique représentant le circuit filiforme, et soit  $P$  un point de cette courbe  $C$ . On note  $\vec{dl}$  le vecteur déplacement élémentaire tangent à la courbe  $C$  au point  $P$ . Dans le vide, le circuit parcouru par un courant continu d'intensité  $I$  crée en tout point  $M$  extérieur à  $C$  le champ magnétique  $\vec{B}(M)$  donné par la formule :

$$\vec{dB}_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \vec{dl} \wedge \vec{PM}}{PM^3} \quad (1)$$

Pour obtenir le champ total en un point  $M$  il faut ajouter vectoriellement la contribution de tous les éléments de courant constituant le circuit. On a alors :

$$\vec{B}(M) = \int_{p \in C} \vec{dB}(M) = \int_{p \in C} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \vec{dl} \wedge \vec{u}_{PM}}{PM^2} \quad (2)$$

#### 3.1 Généralisation de la loi de Biot et Savart

Les vecteurs  $\vec{J}$ ,  $d\vec{s}$  et  $\vec{dl}$  ont tous la même direction.

On a alors :

$$I \vec{dl} = j(P) dS \vec{dl} = \vec{j}(P) dS dl = \vec{J}(P) dv \quad (3)$$

La loi de Biot et Savart se généralise donc pour une distribution de courants quelconque

$$\vec{B}(M) = \int_{P \in v} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{j}(p) dv \wedge \vec{u}_{PM}}{PM^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{P \in v} \frac{\vec{j}(p) \wedge \vec{u}_{PM}}{PM^2} dv \quad (4)$$

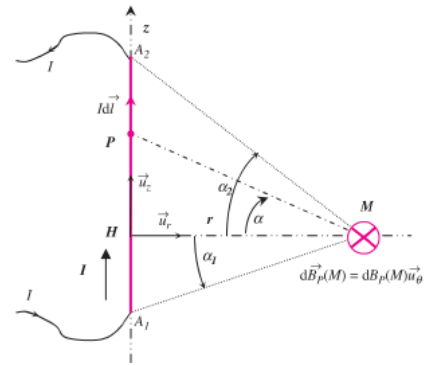
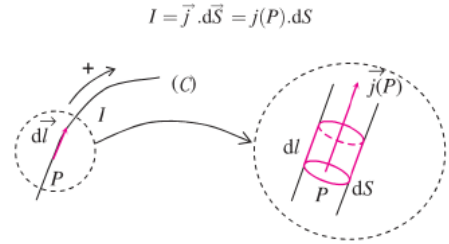
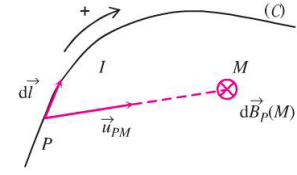
#### 3.2 Champ magnétique créé par un courant circulant dans un fil rectiligne

On considère donc un segment de fil conducteur  $A_1A_2$  parcouru par un courant d'intensité  $I$ . Cette portion de fil définit tout naturellement un axe  $zz'$  et un point  $M$  de l'espace sera repéré en coordonnées cylindriques. Si le point  $H$  est le projeté de  $M$  sur le fil on a :  $\vec{HM} = r \vec{u}_r$  où  $\vec{u}_r$  est le vecteur radial unitaire des coordonnées cylindriques.

#### 3.3 Champ élémentaire créé par un élément de courant $I dl$ situé au point $P$

L'expression du champ magnétique élémentaire créé par l'élément de courant  $I dl(P)$  est donnée par la loi de Biot et Savart :

$$\vec{dB}_P(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \wedge \vec{PM}}{PM^3} \quad (5)$$



Le point  $P$  peut être repéré par son abscisse  $z$  telle que :  $\overrightarrow{HP} = z\vec{u}_z$ , La longueur élémentaire  $dl$  peut s'écrire :  $\vec{dl} = dz\vec{u}_z$ . Dans ces conditions, le produit vectoriel s'écrit :

$$\vec{dl} \wedge \overrightarrow{PM} = \vec{dl} \wedge (\overrightarrow{PH} + \overrightarrow{HM})$$

$$\vec{dl} \wedge \overrightarrow{PM} = (\vec{dl} \wedge \overrightarrow{PH}) + (\vec{dl} \wedge \overrightarrow{HM})$$

$$\vec{dl} \wedge \overrightarrow{PM} = (dz\vec{u}_z \wedge (-z\vec{u}_z)) + (dz\vec{u}_z \wedge r\vec{u}_r)$$

$$\vec{dl} \wedge \overrightarrow{PM} = dz\vec{u}_z \wedge r\vec{u}_r = rdz\vec{u}_\theta$$

Donc

$$\overrightarrow{dB_P}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{rdz}{PM^3} \vec{u}_\theta$$

On a :

$$d(\tan(\alpha)) = d\left(\frac{z}{r}\right) = \frac{dz}{r}$$

D'autre part :

$$d(\tan(\alpha)) = (1 + \tan(\alpha)^2)d\alpha = \frac{d\alpha}{\cos(\alpha)^2}$$

Donc :

$$dz = \frac{rd\alpha}{\cos(\alpha)^2}$$

Et aussi :

$$\frac{1}{PM^3} = \frac{\cos(\alpha)^3}{r^3}$$

Finalement on obtient :

$$\overrightarrow{dB_P}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3} = \frac{\mu_0 I \cos(\alpha)}{4\pi r} d\alpha \vec{u}_\theta$$

$$\overrightarrow{B_P}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(\alpha) d\alpha \vec{u}_\theta$$

l'induction totale au point  $M$  est

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta \quad (6)$$

## 4 Énoncé du théorème d'Ampère

Le théorème d'Ampère est « l'équivalent » du théorème de Gauss. Il permet de calculer le champ magnétique créé par une distribution de courants lorsque celle-ci possède des symétries « fortes ».

## 4.1 Fil infini et circulation du champ magnétique

La circulation du champ magnétique est définie par :

$$c = \oint_{\text{contour}} \vec{B}(M) \cdot \vec{dl}$$

Pour le champ électrostatique, cette circulation est nulle puisque :

$$c = \oint_{\text{contour}} \vec{E}(M) \cdot \vec{dl} = \oint_{\text{contour}} (-\vec{grad}(V)) \cdot \vec{dl} = \oint_{\text{contour}} dV = 0$$

D'après l'équation (6) on constate que la circulation du champ magnétique le long d'une ligne de champ (fermée) orientée n'est pas nulle.

$$c = \oint_{\text{contour}} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{dl} \cdot \vec{u}_\theta \quad (7)$$

On a :

$$\begin{aligned} \vec{dl} &= dr\vec{u}_r + r d\theta \vec{u}_\theta + dz\vec{u}_z \\ c &= \oint_{\text{contour}} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r d\theta = \mu_0 I \end{aligned} \quad (8)$$

## 5 Enoncé du théorème d'Ampère :

On considère un certain nombre de fils parcourus par des courants d'intensités  $I_1, I_2, \dots$ . Soit  $(C)$  une courbe fermée orientée enlaçant certains de ces courants et  $\vec{n}$  le vecteur normal déduit de la règle de la main droite.

On compte positivement les courants dirigés dans le même sens que  $\vec{n}$  et négativement les courants de sens contraire.

$$c = \oint_{\text{contour}} \vec{B}(M) \cdot \vec{dl}$$

Le théorème d'Ampère s'écrit :

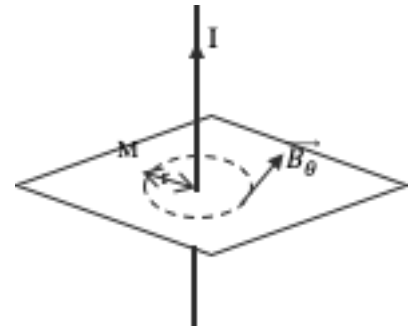
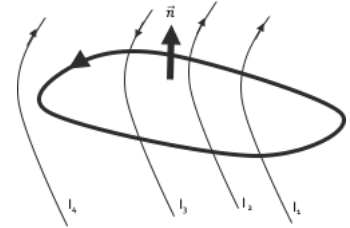
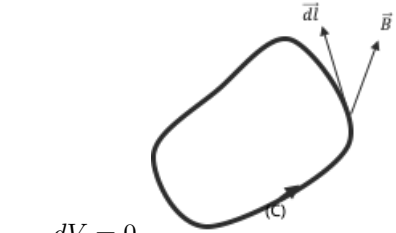
$$c = \oint_{\text{contour}} \vec{B}(M) \cdot \vec{dl} = \mu_0 (I_1 + I_2 - I_3)$$

$$c = \oint_{\text{contour}} \vec{B}(M) \cdot \vec{dl} = \mu_0 \underbrace{\sum I_{\text{enlacées}}}_{\text{algébrique}}$$

### 5.1 Exemples d'applications du théorème d'Ampère

#### 5.1.1 Le fil infini

Invariance par rotation autour de  $(Oz)$  et par translation autour de  $z$ . Le champ ne dépend pas des coordonnées  $\theta$  et  $z$ . Le plan contenant le fil et le point  $M$  est un plan  $(\pi+)$ , par conséquent le champ s'écrit :



$$\vec{B}(M) = B(r)\vec{u}_\theta$$

*Choix du contour (C)* : On choisit le cercle de rayon  $r$ , de centre  $H$  (passant donc par  $M$ ), la circulation  $C$  du champ sur ce contour vaut :

$$c = \oint_{\text{contour}} \vec{B}(M) \cdot d\vec{l} = \oint_{\text{contour}} B(r)\vec{u}_\theta \cdot (r d\theta)\vec{u}_\theta = rB(r) \oint_{\text{contour}} d\theta$$

$$c = 2\pi r B(r) = \mu_0 I$$

Donc :

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$$

## 6 Flux du champ magnétique

On appelle flux magnétique à travers une surface ( $S$ ) le flux du vecteur champ magnétique «  $\vec{B}$  » à travers cette surface. En définissant une surface élémentaire  $dS$ , le flux élémentaire s'écrit :

$$d\phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (9)$$

Le flux total s'obtient par intégration

$$\phi = \int_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (10)$$

L'unité de flux magnétique est le Weber.

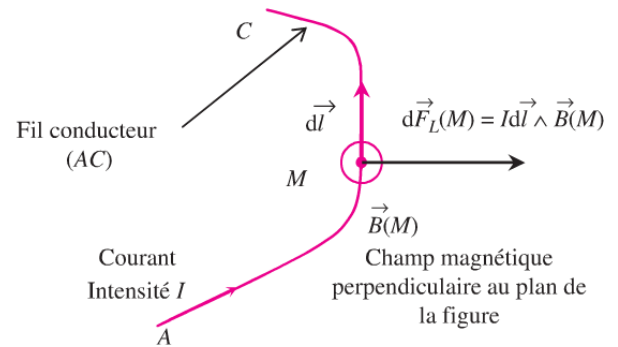
## 7 Les forces magnétiques

### 7.1 La force de Laplace

C'est la force exercée par un champ magnétique sur un conducteur parcouru par un courant. La force de Laplace élémentaire  $d\vec{F}_L$  qui agit sur une portion élémentaire d'un fil conducteur orienté  $d\vec{l}$  parcouru par un courant d'intensité algébrique  $I$  et placé dans un champ magnétique  $\vec{B}$ , s'écrit :

$$d\vec{F}_L = I d\vec{l} \wedge \vec{B} \quad (11)$$

- Le fil conducteur étant orienté, l'intensité  $I$  est une grandeur algébrique : elle est positive si le courant circule dans le sens positif choisi pour le conducteur.
- La force de Laplace est perpendiculaire à l'élément de courant  $I d\vec{l}$  et au champ magnétique  $\vec{B}$  : cette force est perpendiculaire au plan défini par le conducteur et le champ magnétique





La force de Laplace résultante  $\vec{F}_L$  appliquée sur un conducteur (AC) s'obtient en additionnant toutes les forces élémentaires

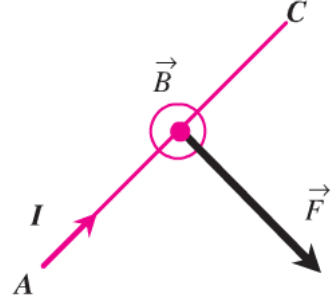
$$\vec{F}_L = \int_A^B I d\vec{l} \wedge \vec{B} \quad (12)$$

Dans le cas où le champ magnétique est uniforme on obtient :

$$\vec{F}_L = I \int_A^B (d\vec{l}) \wedge \vec{B} = I \vec{AC} \wedge \vec{B}$$

En particulier, pour un fil rectiligne de longueur  $L$  placé dans un champ magnétique uniforme et perpendiculaire au fil.

$$\vec{F}_L = I \vec{AC} \wedge \vec{B} = \|\vec{F}_L\| = BLI$$



## 7.2 La force de Lorentz

Si une particule de charge électrique  $q$  se déplace à une vitesse  $\vec{v}$  dans un référentiel dans lequel le champ magnétique vaut  $\vec{B}$  la force qu'elle subit appelée force de Lorentz s'écrit :

$$\vec{f} = q \vec{v} \wedge \vec{B} \quad (13)$$

Cette force est perpendiculaire au vecteur vitesse et au vecteur champ magnétique : elle est donc perpendiculaire au plan défini par les vecteurs, vitesse  $\vec{v}$  et champ magnétique  $\vec{B}$ .

La force de Lorentz est une force qui existe à l'échelle microscopique car elle agit sur des particules. La force de Laplace agit à l'échelle des conducteurs c'est-à-dire à notre échelle macroscopique. Il faut donc faire attention à ne pas confondre ces deux forces.