UNIVERSITE IBN ZOHR
FACULTE DES SCIENCES
AGADIR

جامعة ابن زهر
كليـــــة العلـــــوم
أكاديـــر

Note de l'enseignant :

SMA2-SMC2-SMI2 –SMP2 - Session de Rattrapage

N° Exam : …………… **Nom Prénom :** ……………………………………………

CNE : ……………………………… **Filière :** …………………………..

Epreuve d'optique géométrique
Durée : 1h30

23 Juin 2018

Exercice *5 Points*

On considère un prisme d'angle au sommet **A** et d'indice **n** plongé dans l'air d'indice **1** (Voir **Figure 1**)

1- Tracer la marche du rayon lumineux monochromatique **SI,** qui après la traversée du prisme, émerge eu un point **I′** de la face **AC**. On désignera par ***i*** et ***r*** les angles d'incidence et de réfraction sur la face **AB**, et par ***r′*** et ***i′*** les angles d'incidence et de réfraction sur la face **AC**.

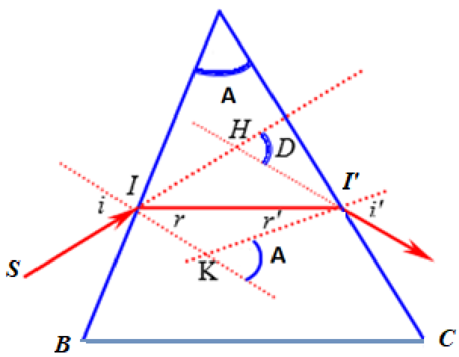

Figure 1

2- Formules du prisme

a) Exprimer les lois de Snell-Descartes en fonction de ***i, i′*** , ***r***, ***r′*** et ***n***, traduisant les réfractions à l'entrée ***I*** et à la sortie ***I′*** du prisme.

Les lois de Snell-Descartes en I et I' donnent : $\boxed{\sin i = n \sin r}$ et $\boxed{n \sin r' = \sin i'}$

b) Déterminer les relations géométriques liant les angles ***A***, ***r***, ***r′*** d'une part et l'angle de déviation **D** aux angles ***A***, ***i*** et ***i′*** d'autre part.

- Dans le triangle AII', la somme des angles de ce triangle est : $A + \left(\frac{\pi}{2} - r\right) + \left(\frac{\pi}{2} - r'\right) = \pi$

On en déduit : $\boxed{A = r + r'}$

- En I, le rayon subit une déviation de $i - r$, en I', il subit une nouvelle déviation de $i' - r'$.

La déviation totale du rayon à travers le prisme est donc :

$D = i - r + i' - r' \Leftrightarrow D = i + i' - (r + r') \Rightarrow \boxed{D = i + i' - A}$

2- Minimum de déviation

Expérimentalement et en lumière monochromatique, on met en évidence l'existence d'un minimum de déviation, noté $\mathbf{D_m}$ quand on fait varier l'angle d'incidence $\boldsymbol{i}$. Dans le cas où le prisme est alors éclairé en déviation minimale donner :

a) Les relations entre les angles i et i' d'une part, puis r et r' d'autre part ;

Au minimum de déviation le tracé du rayon lumineux est symétrique par rapport au plan bissecteur de l'angle A du prisme,
On a donc : $\boxed{i = i'}$ et par application des lois de Snell-Descartes en I et I', on obtient que $\boxed{r = r'}$

b) La relation donnant l'indice $\boldsymbol{n}$ en fonction de l'angle **A** du prisme et de la déviation minimale $\mathbf{D_m}$.

On a alors A = 2r, soit $r = \frac{A}{2}$ d'une part et $D_m = 2i - A$ d'autre part.

De cette dernière expression, il vient : $i = \frac{A + D_m}{2}$

La loi de la réfraction en I donne : $\sin i = n \sin r \Leftrightarrow \sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right) = n \sin\left(\frac{A}{2}\right)$

D'où : $$\boxed{n = \frac{\sin \frac{A + D_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}}}$$

***<u>Problème</u>* 15 Points**

Un système centré Σ, est constitué par une masse de verre d'indice **n = 1,5** et d'épaisseur $\mathbf{e} = \overline{\mathbf{S_1S_2}}$, limitée des milieux extérieurs par une surface plane Σ_1 et une surface sphérique Σ_2 de centre C_2 (**Figure 2**). On se place dans les conditions d'approximation de Gauss.

On pose : $\overline{\mathbf{S_1S_2}} = 2\mathbf{R} = 2\,\overline{\mathbf{S_2C_2}}$ où **R** est positif.
Soit (**AB**) un objet et (**A'B'**) son image à travers le système. On notera par ($\mathbf{A_1B_1}$) l'image intermédiaire.

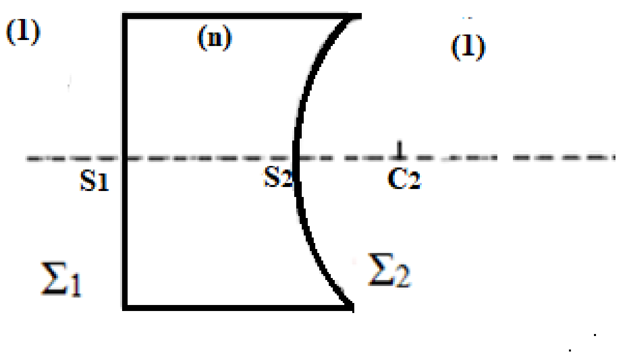

Figure2

1- Ecrire les formules de conjugaison de position et de grandissement γ_1 du dioptre plan Σ_1 pour le couple de points (**A, A₁**).

$$A \xrightarrow{\textbf{D P}} A_1$$
(1) (n)

Formule de conjugaison du dioptre plan Σ_1 : $\boxed{\dfrac{1}{\overline{S_1A}} = \dfrac{n}{\overline{S_1A_1}}}$

Formule de grandissement γ_1 du dioptre plan Σ_1 : $\boxed{\gamma_1 = \dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \dfrac{1}{n}\,\dfrac{\overline{S_1A_1}}{\overline{S_1A}} = 1}$

2- En déduire les positions des foyers objet **F_1** et image **F'_1** du dioptre plan Σ_1 et ses distances focales objet f_1 et image f'_1.

- Les foyers du dioptre plan sont rejetés à l'infini, ce système est donc afocal.
- Les distances focales objet f_1 et image f'_1 : $\boxed{f_1 = \overline{S_1F_1} \rightarrow \infty}$ et $\boxed{f'_1 = \overline{S_1F'_1} \rightarrow \infty}$

3- Ecrire les formules de conjugaison de position et de grandissement γ_2 du dioptre sphérique Σ_2 avec origine au sommet **S_2** pour le couple de points (**A_1**, **A'**).

$$A_1 \xrightarrow{\textbf{DS }(S_2, C_2)} A'$$
(n) (1)

Formule de conjugaison du dioptre sphérique Σ_2 : $\boxed{\dfrac{1}{\overline{S_2A'}} - \dfrac{n}{\overline{S_2A_1}} = \dfrac{1-n}{\overline{S_2C_2}} = \dfrac{1-n}{R}}$ (I)

Formule de grandissement γ_2 du dioptre sphérique Σ_2 : $\boxed{\gamma_2 = \dfrac{n_e}{n_s}\,\dfrac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A_1}} = \dfrac{n}{1}\,\dfrac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A_1}}}$

4- En déduire en fonction de **n** et **R** puis en fonction de **R,** les positions des foyers objet **F_2** et image **F'_2** du dioptre sphérique Σ_2 et ses distances focales objet f_2 et image f'_2.

- Les foyers F_2 et F'_2 du dioptre sphérique Σ_2 sont tels que :

* Si $A_1 \equiv F_2 \Rightarrow A' \equiv \infty$; et (I) $\Leftrightarrow -\dfrac{n}{\overline{S_2F_2}} = \dfrac{1-n}{R} \Rightarrow \boxed{\overline{S_2F_2} = \dfrac{n\,R}{n-1}} \Rightarrow \boxed{\overline{S_2F_2} = 3\text{ R}}$

* Si $A_1 \equiv \infty \Rightarrow A' \equiv F'_2$; et (I) $\Leftrightarrow \dfrac{1}{\overline{S_2F'_2}} = \dfrac{1-n}{R} \Rightarrow \boxed{\overline{S_2F'_2} = \dfrac{R}{1-n}} \Rightarrow \boxed{\overline{S_2F'_2} = -2\text{ R}}$ (**$F'_2 \equiv S_1$**)

- Les distances focales objet f_2 et image f'_2 : $\boxed{f_2 = \overline{S_2F_2} = 3\text{ R}}$ et $\boxed{f'_2 = \overline{S_2F'_2} = -2}$

5- On cherche la position du foyer principal objet **F** du système centré Σ par rapport à **S₁**, exprimer $\overline{S_1F}$ en fonction de **n** et **R** puis en fonction de **R.**

$$A \xrightarrow{DP} A_1 \xrightarrow{DS} A'$$

$$A \equiv F \xrightarrow{DP} F_2 \xrightarrow{DS} A' \equiv \infty$$

$$\Rightarrow \overline{S_1F} = \frac{\overline{S_1F_2}}{n} = \frac{\overline{S_1S_2}+\overline{S_2F_2}}{n} = \frac{2R+3R}{n} = \frac{5R}{n}$$

F et F_2 sont conjugués à travers le dioptre Plan.

La formule de conjugaison donne : $\frac{1}{\overline{S_1F}} = \frac{n}{\overline{S_1F_2}}$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{S_1F} = \frac{5R}{n}} \Rightarrow \boxed{\overline{S_1F} = \frac{10R}{3}}$$

6- On cherche la position du foyer principal image **F′** du système centré Σ par rapport à **S₂,** exprimer $\overline{S_2F'}$ en fonction de **n** et **R** puis en fonction de **R.**

$$A \longrightarrow A_1 \longrightarrow A'$$

$$A \equiv \infty \xrightarrow{DP} F'_1 \equiv \infty \xrightarrow{DS} A' \equiv F' \equiv F'_2$$

Donc $\boxed{\overline{S_2F'} = \overline{S_2F'_2} = \frac{R}{1-n}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\overline{S_2F'} = \overline{S_2F'_2} = -2R}$

7- En utilisant la formule de Gullstrand, déterminer en fonction de **R** la vergence **V** du système centré Σ,

Relation de Gullstrand : $V = V_1 + V_2 - \frac{e}{n}V_1V_2$

- V_1 : La vergence du dioptre plan ; $V_1 = \frac{n}{f'_1}$ où $f'_1 = \infty \Rightarrow V_1 = 0$;

- V_2 : La vergence du dioptre sphérique ; $V_2 = \frac{1}{f'_2} = \frac{1}{\overline{S_2F'_2}} = \frac{1}{-2R}$

$\Rightarrow$ $\boxed{V = V_2 = \frac{1}{f'_2} = \frac{1}{-2R}}$

8- En déduire en fonction de **R** ses distances focales image ***f′*** et objet ***f*** ainsi que sa nature.

- **Distance focale image f' du système :** On a : $V = \frac{1}{f'}$ $\Rightarrow$ $\boxed{f' = \frac{1}{V} = -2R}$

- **Distance focale objet f du système :** Les milieux extrêmes sont identiques, donc : $\frac{f'}{f} = -1$

$\Rightarrow f = -f' \Rightarrow \boxed{f = 2R}$

$f' < 0$ (ou $V < 0$) $\Rightarrow$ Le système centré Σ est divergent.

N° Exam : …………… **Nom Prénom :** ………………………………………………

9- On cherche la position du point principal objet **H** du système centré Σ par rapport à **S_1,** exprimer $\overline{S_1H}$ en fonction de $\overline{HF}$ et $\overline{S_1F}$ puis en fonction de R.

$$\overline{S_1H} = \overline{S_1F} + \overline{FH} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{S_1H} = \overline{S_1F} - f} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{S_1H} = \frac{4\,R}{3}}$$

10- On cherche la position du point principal image **H′** du système centré Σ par rapport à **S_2,** exprimer $\overline{S_2H'}$ en fonction de $\overline{H'F'}$ et $\overline{S_2F'}$ puis en fonction de R.

$$\overline{S_2H'} = \overline{S_2F'} + \overline{F'H'} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{S_2H'} = \overline{S_2F'} - f'} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{S_2H'} = 0} \quad \Rightarrow \; H' \equiv S_2.$$

11- En déduire la position des points nodaux **N** et **N′** du système centré Σ ($\overline{S_1N}$ et $\overline{S_2N'}$)

1ère méthode :

Formule de Lagrange-Helmoltz : $\gamma G = \frac{n_e}{n_s} = 1 \quad (n_e = n_s = 1)$

N et N′ sont tels que : G = 1 $\Rightarrow$ γG = γ =1

$\Rightarrow$ N et N′ sont confondus avec H et H′ respectivement (N ≡ H et N′ ≡ H′)

$$\Rightarrow \quad \boxed{\overline{S_1N} = \frac{4\,R}{3}} \qquad \boxed{\overline{S_2N'} = 0}$$

2ème méthode :

On sait que $\overline{HN} = \overline{H'N'} = f + f'$;

Or $f' = -f$ puisque les milieux extrêmes sont identiques $\left(\frac{f}{f'} = -\frac{n_e}{n_s} = -1 \right)$

$\Rightarrow \quad \overline{HN} = \overline{H'N'} = 0 \;\Rightarrow\;$ N ≡ H et N′ ≡ H′.

12- Retrouver la position du point principal image **H′** et du foyer principal image **F′** du système par construction géométrique.